

Barem corectare și notare :Clasa a XII a

(7 p)	1. problemă cunoscută (manual, bacalaureat 1995, ...) punctajul propus : parte stabilă (2p), verificare axiome (3p), izomorfism (2p).
(3p)	2. a) derivata nu se anulează, deci păstrează semn constant pe mulțimea numerelor reale.
(1p)	b) $\frac{f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+4}}=1, \forall x \in \mathbb{R}$ există deci $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\ln(f(x) + \sqrt{f^2(x)+4}) = x + a, \forall x \in \mathbb{R}$;
(1p)	Deducem: $f(x) + \sqrt{f^2(x)+4} = e^{x+a}$ și apoi
(1p)	$f(x) = \frac{1}{2}e^{x+a} - 2e^{-x-a}$
(1p)	Folosim acum condiția inițială și finalizăm.
(3p)	3. Presupunem că $e \in G \setminus H$ și luăm $x \in H$,așadar $x \cdot e \in G \setminus H \Rightarrow x \in G \setminus H$,contradicție.Așadar $e \in H$;
(2p)	fie acum $x \in H$ și,dacă $x^{-1} \in G \setminus H$,obținem $x \cdot x^{-1} \in G \setminus H$,adică $e \in G \setminus H$,contradicție,deci $x^{-1} \in H, \forall x \in H$.
(2p)	Pentru $x, y \in H$,presupunând că $xy \in G \setminus H$,avem $x^{-1} \in H \Rightarrow x^{-1}(xy) \in G \setminus H \Rightarrow y \in G \setminus H$,contradicție.Deci, H este subgrup.
(2p)	4. a) clasa a IX a (bacalaureat) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) \in \mathbb{Q}, f\left(\frac{\pi}{8}\right) \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
(3p)	b) folosim $\sin x \cdot \cos 3x = \frac{1}{2}(\sin 4x - \sin 2x)$ și ajungem la $F(x) = \frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 4x}{8} + C$.
(2p)	$F(0) \in \mathbb{Q} \Rightarrow C \in \mathbb{Q} \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) \in \mathbb{Q}$.

Notă : nu se acordă puncte din oficiu.

Orice soluție corectă, completă, diferită de cea propusă în barem, se punctează corespunzător